卒業研究論文

Bradley-Terry モデルを用いた サッカーW 杯の分析

学籍番号　03D8103002L

田村　直也

中央大学理工学部情報工学科　田口研究室

2007 年 3 月

あらまし

本研究では，Bradley-Terry モデルを用いてサッカーの各国代表チームの「強さ」を推定し，その強さを利用して W 杯決勝トーナメントの評価を行う．

まず，過去の試合成績から，Bradley-Terry モデルを用いて FIFA 加盟各国代表チームの強さを推定する．また，Bradley-Terry モデルの特徴を利用し，同一チームの年度別，監督別，試合開催地別の強さを推定する．さらに，推定した代表チームの強さを用いて「試合の面白さ」を定義し，「試合の面白さ」から 1998 年 W 杯，2002 年 W 杯，2006 年 W 杯の決勝トーナメントと決勝トーナメント進出チームの評価を行う．

キーワード：Bradley-Terry モデル，W 杯

目次

第 1 章　はじめに

4 年に 1 度開催され, 世界一の代表チームを決めるサッカーワールドカップ（以下, W 杯）は，テレビ視聴者数ではオリンピックをも上回る世界最大のスポーツイベントである．その W 杯本大会が 2006 年 6 月 9 日から 7 月 9 日にかけてドイツで開催され，イタリア代表の優勝で幕を閉じた．その 2006 年 W 杯の観客動員数は全 64 試合で 330 万人を超え，W 杯歴代 2 位の記録となった. W 杯の成否は観客動員数や興行収入から語られることが多く，その点で 2006 年 W 杯は，1998 年 W 杯や 2002 年 W 杯と比べ，成功を収めたといえる．

しかし，弱いチームが強いチームに勝つ「番狂わせ」のような意外性による面白さではなく，「大会としてどれだけ面白い試合が組まれたか」を評価する場合，各大会で明確な差をつけ，順位付けすることは難しい．感覚的に評価することは可能だが，少なからず主観が入り込むため，合理的でない．

また，サッカーの各国代表チームの強さの指標として FIFA ランキングがある．しかし，その順位付けに用いられる成績ポイントの算出法は，一部の強豪国に有利な方法になっているとの批判もあり，FIFA ランキングの正確性が疑問視されている．さらに，成績ポイントの違いが強さの違いをどのように表しているか不透明なため，結局，各国代表チームの強さは各個人の主観によって異なってしまう．

そこで，本研究では，Bradley-Terry モデルを用いてサッカーの各国代表チームの強さを推定し，推定ランキングを作成する．また，Bradley-Terry モデルの特徴を利用し，同一チームの，年度別，監督別，試合開催地別の強さと，大陸連盟をチームと考えた強さを推定する．そして，推定した各国代表チームの強さを用いて「試合の面白さ」を定義し，1998 年 W 杯，2002 年 W 杯，2006 年 W 杯の決勝トーナメントと決勝トーナメント進出チームの評価を行う．

第 2 章　Bradley-Terry モデル

球技をはじめとする 2 つのチームあるいは 2 人が対戦する多くのスポーツにおいては，いくつかのチームがリーグ戦などの形で互いに何回か対戦をし，その結果に基づいて各チームの「強さ」を決めることがよくある．そこで本章では，合理的に各チームあるいは個人の強さを決めることが出来る Bradley-Terry モデル[1]について説明する．

2.1　「強さ」について

一般に，スポーツにおいては「強い」方が必ず勝つとは限らない．実際「強い」はずのチームが負ける「番狂わせ」がなく，一方が常に勝つものと決まっていれば，ゲームの興味はなくなってしまう．したがって，あるチームが「強い」ということは，そのチームが必ず勝つということではなく，そのチームの勝つ「確率」が大きいことを意味すると考える．そこで，勝敗の確率を問題とする．

いま，全部で m 個のチームが互いに何回か対戦するものとし，そのうちのチーム i がチーム j に勝つ確率を，

$$p_{ij} \qquad (i \neq j; i, j = 1,2,\cdots,m) \tag{2.1}$$

と表す．ここでは引き分けはないものと仮定すると，

$$p_{ij} + p_{ji} = 1 \qquad (i \neq j) \tag{2.2}$$

が成り立つ．

さて，対戦結果に基づいて「強さ」を計ることを考える前に，これらの確率から「強さ」というものが一義的に定められるための条件について議論しておく．というのは，たとえば $m = 3$ として，

$$\begin{cases} p_{12} < \dfrac{1}{2} < p_{21} \\ p_{23} < \dfrac{1}{2} < p_{32} \\ p_{31} < \dfrac{1}{2} < p_{13} \end{cases} \tag{2.3}$$

という関係が成り立つ場合は, チーム 2 が 1 より強く, 3 が 2 よりも強く, 1 が 3 より強い, いわゆる「三すくみ」の状態になって，3 チーム間の「強さ」の順序さえ簡単には決められなくなってしまうからである．

実は，各チームの「強さ」が一義的に定められるためには，それらの確率の間に単に記

のような不等式が成立してはならないというだけでなく，より強い関係が成り立たなければならない．そのための自然な条件として考えられるのは，各チームに対応して m 個の「強さ」となる量 $\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_m$ が存在して，全ての i， j の組み合わせに対し，確率 p_{ij} が，

$$p_{ij} = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \qquad (i \neq j) \tag{2.4}$$

と表されるものと想定する．あるいは，同じことであるが，

$$\frac{p_{ij}}{p_{ji}} = \frac{\pi_i}{\pi_j} \qquad (i \neq j) \tag{2.5}$$

が成立するものと想定することである．このとき，π_i はチーム i の「強さ」を表すものと解釈できる．この想定は，Bradley and Terry（1952）によるもので，Bradley-Terry モデル（以下，BT モデル）と呼ばれる．

2.2 BT モデルの意味

BT モデルを導くには，いろいろな考え方がある．その一つは次のようなものである．いま，チーム i と j が「勝負」を決めるのに，直接には対戦せず，別のチーム k との対戦結果によって決めることにする．つまり，チーム i が j に勝つことを「$i \rightarrow j$」と表すことにして，$i \rightarrow k$， $k \rightarrow j$ ならば，i が j に「勝った」ものとし，$i \leftarrow k$， $k \leftarrow j$ ならば，j が i に「勝った」ものとする．また，$i \rightarrow k$， $j \rightarrow k$ または $i \leftarrow k$， $j \leftarrow k$ のときは「引き分け」として，同じことを，「勝負」がつくまで続ける．

このとき，チーム i が j に「勝つ」確率と「負ける」確率の比は $p_{ik}\, p_{kj} : p_{ki}\, p_{jk}$ であるから，結局，チーム i が j に「勝つ」確率は，

$$\frac{p_{ik}\, p_{kj}}{p_{ik}\, p_{kj} + p_{ki}\, p_{jk}} \tag{2.6}$$

となる．

さて，チーム i， j， k の間に「カモ・苦手」関係がないということは，i と j が直接対戦したとき i が j に「勝つ」確率が，このように k を介して i， j の「勝負」を決めるとき i が j に「勝つ」確率に等しいことを意味するものと考えられる．つまり，このときには，

$$p_{ij} = \frac{p_{ik}\, p_{kj}}{p_{ik}\, p_{kj} + p_{ki}\, p_{jk}} \tag{2.7}$$

すなわち，

$$\frac{p_{ij}}{p_{ji}} = \frac{p_{ik}\,p_{kj}}{p_{ki}\,p_{jk}} \tag{2.8}$$

という関係が成り立つ．

いま，全てのi，j，kについて上記の関係が成立するものとすれば，

$$\pi_i = \frac{p_{im}}{p_{mi}} \qquad (i = 1,2,\cdots,m-1)\,, \qquad \pi_m = 1 \tag{2.9}$$

とおくとき，全てのi，j $(i \neq j)$について，

$$\frac{p_{ij}}{p_{ji}} = \frac{p_{im}\,p_{mj}}{p_{mi}\,p_{jm}} = \frac{\pi_i}{\pi_j} \tag{2.10}$$

が成立する．こうして，式(2.5)が得られる．

式(2.5)はまた，

$$p_{ij}\,p_{jk}\,p_{ki} = p_{ji}\,p_{ik}\,p_{kj} \tag{2.11}$$

と書き直すことができる．この式は，3 チームがそれぞれ 1 回ずつ勝負したとき，$i \to j$，$j \to k$，$k \to i$という形の「三すくみ」が起こる確率が等しいことを意味している．もし本当に「三すくみ」的な状況があればこれらの確率の一方が他方より大きくなる．したがって，式(2.11)はそのような状況がないことを意味する．

2.3　勝ち数の分布と尤度

mチーム間で，何回か試合が行われたとき，その結果から各チームの「強さ」π_iを推定する問題を考える．いま，チームi，jの間の試合数を$n_{ij}(= n_{ji})$とし，iのjに対する勝ち数を確率変数

$$X_{ij} \qquad (i \neq j; i, j = 1,2,\cdots,m) \tag{2.12}$$

で表す．引き分けはないものと仮定したから，

$$X_{ij} + X_{ji} = n_{ij}\,(i \neq j) \tag{2.13}$$

となる．

ここで，X_{ij}が 2 項分布$B(n_{ij}, p_{ij})$に従うものとすれば，

$$\Pr\{X_{ij} = x_{ij}\} = \frac{n_{ij}!}{x_{ij}!\,x_{ji}!}\,p_{ij}^{\;x_{ij}}\,p_{ji}^{\;x_{ji}} \qquad (x_{ij} = 0,1,\cdots,n_{ij}) \tag{2.14}$$

となる．したがってそれらの同時確率は，

$$\Pr\left\{X_{ij}=x_{ij}; i\neq j; i,j=1,2,\cdots,m\right\}=\prod\prod_{i<j}\left(\frac{n_{ij}!}{x_{ij}!x_{ji}!}p_{ij}{}^{x_{ij}}p_{ji}{}^{x_{ji}}\right) \qquad (2.15)$$

と書かれる．

さらに，BT モデルが成り立つときには，式(2.15)は，

$$\begin{aligned}\Pr\left\{X_{ij}=x_{ij}; i\neq j; i,j=1,2,\cdots,m\right\}&=\prod\prod_{i<j}\left(\frac{n_{ij}!}{x_{ij}!x_{ji}!}\cdot\frac{\pi_i{}^{x_{ij}}\pi_j{}^{x_{ji}}}{\left(\pi_i+\pi_j\right)^{n_{ij}}}\right)\\&=\prod\prod_{i<j}\left(\frac{n_{ij}!}{x_{ij}!x_{ji}!}\cdot\frac{1}{\left(\pi_i+\pi_j\right)^{n_{ij}}}\right)\cdot\prod_{i=1}^{m}\pi_i{}^{t_i}\end{aligned} \qquad (2.16)$$

となる．ここで，

$$t_i=\sum_{j=i}^{m}x_{ij} \qquad (2.17)$$

はチーム i の総勝ち数である．

式(2.16)を未知母数 $\pi=(\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_m)$ の関係とみなすとき, それを尤度（関数）と呼ぶ. 未知母数に関係のない部分を const. とおき，あらためて確率変数を含む形に書けば，いまの場合の尤度は,

$$\mathrm{L}=\mathrm{const.}\times\prod\prod_{\mathrm{i<j}}\left(\pi_i+\pi_j\right)^{-n_{ij}}\cdot\prod_{i=1}^{m}\pi_i{}^{T_i} \qquad (2.18)$$

となる．つまり，この場合の尤度は個々の X_{ij} を明示的に含まず，各チームの総勝ち数

$$T_i=\sum_{j=i}^{m}X_{ij} \qquad (2.19)$$

だけの関数として表される．換言すれば，BT モデルのもとでは $\left(T_1,T_2,\cdots,T_m\right)$ が十分統計量となる．逆に $\left(T_1,T_2,\cdots,T_m\right)$ が十分統計量となるのは BT モデルが成り立つ場合に限るということも証明できる．すなわち，この場合に各チームの「強さ」を求めるためには，試合数のほかには各チームの総勝ち数を知ればいいことになる．

2.4 「強さ」の推定

「強さ」 $\pi=(\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_m)$ の推定に最尤方程式を用いる．つまり，式の尤度を最大にする $\pi=(\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_m)$ を求めて，π に対する推定量とする．

ところで，式(2.4)の p_{ij} の値は π を定数倍しても変化しないから，π_i の値を一義的に定めるためには何らかの基準化が必要となる．そのために，k を適当な定数として，

$$\sum_{i=1}^{m}\pi_i=k \qquad (2.20)$$

とおく．

この場合の最尤方程式の解はラグランジュの未定乗数法によって定められる．すなわち，式(2.18)の対数（対数尤度）を，

$$l = \log L = \sum_{i=1}^{m} T_i \log \pi_i - \sum_{i<j} n_{ij} \log(\pi_i + \pi_j) + \text{const.} \tag{2.21}$$

とし，λ をラグランジュ乗数とすれば，

$$\frac{\partial}{\partial \pi_i}\left\{ l - \lambda\left(\sum_{i=1}^{m} \pi_i - k \right) \right\} = 0 \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}\left\{ l - \lambda\left(\sum_{i=1}^{m} \pi_i - k \right) \right\} = 0 \tag{2.23}$$

より，

$$\frac{T_i}{\hat{\pi}_i} - \sum_{j \neq i} \frac{n_{ij}}{\hat{\pi}_i + \hat{\pi}_j} - \lambda = 0 \qquad (i = 1,2,\cdots,m)\ , \tag{2.24}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \hat{\pi}_i = k \tag{2.25}$$

が得られる．

ここで，

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\hat{\pi}_i}{\hat{\pi}_i + \hat{\pi}_j} \qquad (i \neq j; i, j = 1,2,\cdots,m) \tag{2.26}$$

とおけば，式(2.24)から，

$$T_i = \sum_{j \neq i} n_{ij} \hat{p}_{ij} + \lambda \hat{\pi}_i \qquad (i = 1,2,\cdots,m) \tag{2.27}$$

となる．これを全ての i について加えれば，

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m} T_i &= \sum\sum_{i<j} n_{ij} \\ &= \sum\sum_{i<j} n_{ij}\left(\hat{p}_{ij} + \hat{p}_{ji}\right) + \lambda \sum_{i} \hat{\pi}_i \\ &= \sum\sum_{i<j} n_{ij} + \lambda k \end{aligned} \tag{2.28}$$

となり，$\lambda = 0$ となることがわかる．したがって，最尤方程式は，

$$\sum_{j \neq i} n_{ij} \frac{\hat{\pi}_i}{\hat{\pi}_i + \hat{\pi}_j} = T_i \qquad (i = 1,2,\cdots,m) \tag{2.29}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \hat{\pi}_i = k \tag{2.30}$$

となる．

　この方程式を解くには，次のようにするのが簡単である．式は，

$$\sum_{j \neq i} n_{ij} \frac{n_{ij}}{\hat{\pi}_i + \hat{\pi}_j} = \frac{T_i}{\hat{\pi}_i} \qquad (i = 1, 2, \cdots, m) \tag{2.31}$$

と書くことができるので，$\hat{\pi}^{(0)} = \left(\hat{\pi}_1{}^{(0)}, \hat{\pi}_2{}^{(0)}, \cdots, \hat{\pi}_m{}^{(0)}\right)$を適当な 1 組の初期近似値として，まずこの左辺の和に対する近似値

$$r_i{}^{(0)} = \sum_{j \neq i} \frac{n_{ij}}{\hat{\pi}_i{}^{(0)} + \hat{\pi}_j{}^{(0)}} \qquad (i = 1, 2, \cdots, m) \tag{2.32}$$

を計算する．そして，

$$\hat{\hat{\pi}}_i{}^{(1)} = \frac{T_i}{r_i{}^{(0)}} \tag{2.33}$$

とおいて，式を満たす新しい近似式$\hat{\pi}_i{}^{(1)}$を次式によって求める．

$$\hat{\pi}_i{}^{(1)} = \frac{k \hat{\hat{\pi}}_i{}^{(1)}}{\sum_{j=1}^{m} \hat{\hat{\pi}}_j{}^{(1)}} \qquad (i = 1, 2, \cdots, m) \tag{2.34}$$

式(2.32)～(2.34)を，$\hat{\pi}_i{}^{(k)} (i = 1, 2, \cdots, m)$の値が収束するまで繰り返すことで$\pi$を推定できる．

第 3 章　使用データ

本研究で使用するデータは，国際サッカー連盟（以下，FIFA）加盟国のサッカー国際 A マッチの試合データと FIFA ランキングデータであり，共に文献[2]から集計した．本章ではそれらのデータについて説明する．

なお，サッカー国際 A マッチとはサッカーの国別対抗試合の名称であり，FIFA に加盟する 2 カ国の特に最強の代表チームによる試合を指す．すなわち，ノータイトルの親善試合も W 杯決勝戦も同じ国際 A マッチである．

3.1　試合データ

1995 年 1 月 1 日～2006 年 7 月 24 日までに実施された FIFA 加盟 207 カ国の代表チームによる国際 A マッチ全 9,627 試合について，以下の項目を集計した．

・開催日
・開催国
・対戦国
・試合結果

試合結果は，対戦国それぞれに対して「勝ち」「負け」「引き分け」の 3 通りとする．なお，90 分間または延長戦で勝敗が着いた場合を「勝ち」「負け」，同点または PK 戦で決着が着いた場合を「引き分け」とする．ただし，BT モデルでは「引き分け」はないと仮定しているため，「引き分け」は 0.5 勝 0.5 敗と扱う．

3.2　FIFA ランキングデータ

FIFA ランキング（表 3.1）とは国際 A マッチの成績をポイント化した FIFA 加盟国のランキングであり，FIFA によって原則毎月発表される．そこで，1995 年 2 月～2006 年 7 月における計 129 回の FIFA ランキングの順位と成績ポイントを集計した．

表 3.1　FIFA ランキングデータ

Rank	Team	Pts: Jul 06	+/-Rank May 06	+/-Pts: May 06
1	Brazil	1630	0	803
2	Italy	1550	11	822
3	Argentina	1472	6	726
4	France	1462	4	713
5	England	1434	5	693
6	Netherlands	1322	-3	554
7	Spain	1309	-2	553
8	Portugal	1301	-1	551
9	Germany	1229	10	533
10	Czech Republic	1223	-8	451

第 4 章　BT モデルを用いた強さ推定

本章では，第 2 章で説明した BT モデルを用いて代表チームの強さを推定する．さらに，現実では直接対戦して優劣を決めることが不可能なチーム同士でも強さを比較できるという BT モデルの特徴を利用して，年度別，監督別，試合開催地別や大陸連盟をチームと考えた強さ推定を行う．

4.1　BT モデルを用いた FIFA ランキングの推定

第 3 章で説明した試合データから，BT モデルの計算に必要な代表チームの試合数と勝利数がわかる．そこで，BT モデルを用いて代表チームの強さを推定し，強さの推定ランキングを作成する．表 4.1 に推定ランキングと 2006 年 7 月の FIFA ランキング（上位 40 チーム），図 4.1 に推定ランキングの順位による強さ，図 4.2 に 2 つのランキングの相関を示す．

なお，表 4.1 の項目に「大陸連盟」とあるが，FIFA の傘下には以下の 6 つの大陸連盟があり，FIFA 加盟国のサッカー協会はその大陸連盟を通じて FIFA に加盟している．

- アジアサッカー連盟（以下，アジア）
- アフリカサッカー連盟（以下，アフリカ）
- 欧州サッカー連盟（以下，欧州）
- オセアニアサッカー連盟（以下，オセアニア）
- 北中米カリブ海サッカー連盟（以下，北中米カリブ海）
- 南米サッカー連盟（以下，南米）

加盟国数は 2006 年 7 月時点で，アジアが 46 カ国，アフリカが 53 カ国，欧州が 52 カ国，オセアニアが 11 カ国，北中米カリブ海が 35 カ国，南米が 10 カ国である．

ところで，一般的に代表チームのメンバーは時間とともに変化していくため，あまり長い期間を考えると同じチームであっても強さが変わる．そのため，推定ランキングの作成には 2003 年 1 月 1 日〜2006 年 7 月 24 日に実施された試合を用いる．

ただし，BT モデルの計算において全戦全敗のチームが存在するとき，式(2.28)から，そのチームの強さは 0 になり，それ以外のチームの強さの計算において全戦全敗のチームに対する勝利は無視される．したがって，2003 年 1 月 1 日〜2006 年 7 月 24 日の期間で無試合または全戦全敗だった米領サモア，アルーバ，ベリーズ，カンボジア，コモロ，ジブチ，グアム，モントセラット，ソマリア，サントメ・プリンシペ，東ティモール，タークス・カイコス諸島，米領バージン諸島の 13 チームを除く 194 チームについて強さを推定し，ランキングを作成する．

表 4.1 の推定ランキングを見ると，1 位フランス，2 位イタリアとなり 2006 年 W 杯決勝戦の 2 チームが現れた．さらに図 4.1 から，上位チームは強さの差が大きいが，順位が下が

るにつれて実力が拮抗していることが見られる．また，推定ランキングと FIFA ランキングを比較すると，推定ランキングは，FIFA ランキングより欧州の代表チームをより上位に占めており，下位では，2 つのランキングがあまり一致していない．そこで図 4.2 から 2 つのランキングの順位の相関を調べると，線形近似式は，

$$y = 0.9473x + 5.1201 \tag{4.1}$$

と求まる．また，R^2 値は 0.8956 となり，正の相関関係，すなわち 2 つのランキングが比較的似ていることがわかる．

ここで，推定ランキングが FIFA ランキングよりも優れた点を示す．2 つのランキングが似ているといっても, 推定ランキングでは BT モデルを用いて勝敗の確率を問題として合理的に推定した「強さ」で順位付けしており，その「強さ」からある 2 チームが対戦した場合のそれぞれの勝率を計算できる．つまり，BT モデルを用いた推定ランキングの「強さ」は絶対尺度である．一方で，FIFA ランキングでは試合の勝敗によって得られるポイントの積み重ねを「強さ」として順位付けしており，ある 2 チームのどちらがどの程度強いのかはわからない．つまり，FIFA ランキングの「強さ」は相対尺度である．

表 4.1　推定ランキングと FIFA ランキング

	推定ランキング			FIFAランキング		
順位	国名	大陸連盟	強さ	国名	大陸連盟	成績pt.
1	フランス	欧州	9.42	ブラジル	南米	1,630
2	イタリア	欧州	8.00	イタリア	欧州	1,550
3	スペイン	欧州	7.56	アルゼンチン	南米	1,472
4	チェコ	欧州	6.12	フランス	欧州	1,462
5	イングランド	欧州	6.06	イングランド	欧州	1,434
6	オランダ	欧州	5.40	オランダ	欧州	1,322
7	ポルトガル	欧州	5.33	スペイン	欧州	1,309
8	アイルランド	欧州	4.98	ポルトガル	欧州	1,301
9	アルゼンチン	南米	4.85	ドイツ	欧州	1,229
10	ブラジル	南米	4.55	チェコ	欧州	1,223
11	ドイツ	欧州	4.18	ナイジェリア	アフリカ	1,149
12	デンマーク	欧州	3.88	カメルーン	アフリカ	1,109
13	ギリシャ	欧州	3.74	スイス	欧州	1,028
14	ルーマニア	欧州	3.59	ウルグアイ	南米	985
15	クロアチア	欧州	3.18	ウクライナ	欧州	961
16	スイス	欧州	3.10	アメリカ	北中米カリブ海	933
17	コートジボワール	アフリカ	2.98	デンマーク	欧州	927
18	ポーランド	欧州	2.78	メキシコ	北中米カリブ海	924
19	メキシコ	北中米カリブ海	2.59	パラグアイ	南米	915
20	スウェーデン	欧州	2.57	コートジボワール	アフリカ	909
21	アメリカ	北中米カリブ海	2.54	コロンビア	南米	902
22	エジプト	アフリカ	2.51	スウェーデン	欧州	886
23	ウルグアイ	南米	2.46	クロアチア	欧州	854
24	トルコ	欧州	2.46	ギニア	アフリカ	850
25	カメルーン	アフリカ	2.43	ガーナ	アフリカ	839
26	チュニジア	アフリカ	2.40	ルーマニア	欧州	834
27	ウクライナ	欧州	2.36	トルコ	欧州	824
28	オーストラリア	アジア	2.34	エクアドル	南米	821
29	ナイジェリア	アフリカ	2.06	エジプト	アフリカ	819
30	ブルガリア	欧州	2.05	ポーランド	欧州	809
31	日本	アジア	2.05	チュニジア	アフリカ	805
32	イスラエル	欧州	2.01	ギリシャ	欧州	780
33	ベルギー	欧州	2.00	オーストラリア	アジア	738
34	イラン	アジア	1.89	ロシア	欧州	733
35	モロッコ	アフリカ	1.85	セネガル	アフリカ	726
36	スロバキア	欧州	1.82	セルビア・モンテネグロ	欧州	724
37	ノルウェー	欧州	1.79	ブルガリア	欧州	716
38	パラグアイ	南米	1.71	ホンジュラス	北中米カリブ海	695
39	ロシア	欧州	1.68	アイルランド	欧州	694
40	チリ	南米	1.56	モロッコ	アフリカ	681

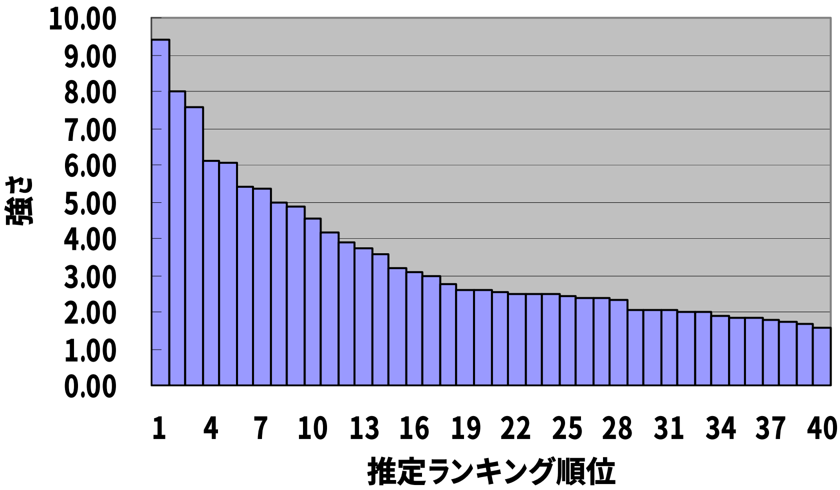

図 4.1　推定ランキングの順位による強さ

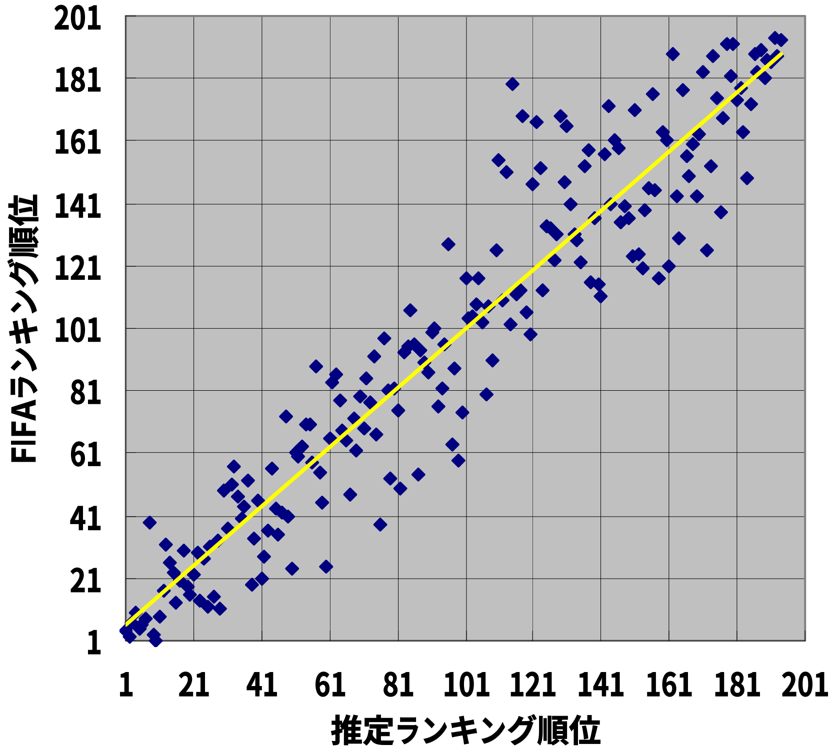

図 4.2　推定ランキングと FIFA ランキングの順位の相関

4.2　年度別と監督別強さ推定

BT モデルを用いて強さを推定することで，現実では直接戦うことのできないチーム同士の優劣を比較できる．そこで，代表チームの年度別の強さを推定し，FIFA ランキングと比較する．まずは，各国代表チームの中から対象となる 1 チームを選び，そのチームを 1 年または 2 年毎に別々のチームであると考える. 対象チーム以外は年度別に分けることなく，推定期間を通じて同一チームであるとして，4.1 節と同様に BT モデルを用いて強さを推定する．すると，対象チームの年度別の強さと他チームも含めた順位がわかる．対象チームの年度別推定ランキングと FIFA ランキングの順位の推移を比較する. 対象チームとしてフランス，イタリア，イングランド，ブラジル，アルゼンチン，日本を選び，順位の推移を図 4.3 から図 4.8 に示す.

ここで，対戦相手の強さが変わらないという仮定で，1 つの代表チームの時期による強さの変化を考える場合, 年度別推定ランキングが FIFA ランキングよりも優れている点を示す. 年度別推定ランキングの対象チームの順位は，各年度における強さの順位であり，時が経つにつれ対象チームの強さがどのように変化したかを表している．一方で，FIFA ランキングを年度別で見たときの順位の推移は，他チームとの相対的な強さの順位の推移である．つまり，FIFA ランキングである代表チームの順位が上下したからといって，その代表チームの強さが同じように上下しているとは必ずしもいえない.

また, 日本代表を就任監督によって別々のチームとして年度別の場合と同様に BT モデルを用いて強さを推定する．なぜならば，代表チームの招集メンバーや戦術は指揮する監督によって異なるため，同じ代表チームであっても就任監督によって別のチームと考えられるからである．監督別日本代表を含む推定ランキング（上位 60 チーム）を表 4.8，監督別日本代表の強さを図 4.9 に示す．なお，1995 年 1 月 1 日から 2006 年 7 月 24 日までに日本代表監督となった人物は 4 人おり，就任期間と試合数は次の通りである.

・加茂　：　1995 年 1 月 6 日〜1997 年 10 月 4 日（48 試合）
・岡田　：　1997 年 10 月 11 日〜1998 年 6 月 26 日（17 試合）
・トルシエ　：　1998 年 10 月 28 日〜2002 年 6 月 18 日（55 試合）
・ジーコ　：　2002 年 10 月 16 日〜2006 年 6 月 22 日（72 試合）

全ての強さ推定で 1995 年 1 月 1 日〜2006 年 7 月 24 日に実施された試合データを使用するが，4.1 節と同様に無試合または全戦全敗のチームが存在してはならない．したがって，米領サモア，コモロ，グアム，モントセラット，東ティモールの 5 カ国を除外する.

上記を考慮に入れた上で, 対象チームの年度別推定ランキングと FIFA ランキングの順位の推移を見ていく. フランスの FIFA ランキングは 1998 年に順位を大きく落としている（図 4.3）．しかし，2 つの年度別推定ランキングを見ると 1998 年は，さほど実力は落ちておらず，むしろ 2002 年の方が弱いという結果となった．イタリアの FIFA ランキングは，4 位から 15 位の間を行き来しているが, 2 つの年度別推定ランキングを見ると 1999 年から 2002

年にかけて弱体化し，そこから W 杯優勝を果たした 2006 年にかけて実力をつけてきたことがわかる（図 4.4）．イングランドの FIFA ランキングと年度別推定ランキング（2 年毎）は，1998 年から 2000 年にかけて順位を落とし，再び上がってくるという似た推移を見せている（図 4.5）．ブラジルの FIFA ランキングは，2002 年前後を除いてほとんど 1 位である（図 4.6）．しかし，2 つの年度別推定ランキングを見ると，2001 年までは強さを保っていたが，そこから弱体化していき，2005 年から復活している状況がわかる．アルゼンチンの FIFA ランキングと年度別推定ランキング（2 年毎）は, 図 4.5 と同様に似た推移を見せ, 強さが緩やかに変化していることがわかる（図 4.7）．日本の FIFA ランキングと年度別推定ランキングは，1998 年から 1999 年にかけて弱体化し，再び実力をつけるも 2006 年頃に再び実力を落とす，という推移を見せている（図 4.8）．

次に図 4.9 の監督別日本代表の強さを見ると, トルシエ＞加茂＞ジーコ＞岡田の順になっており，図 4.8 でも同様の傾向を示している．中でも 2002 年 W 杯ベスト 16 に入ったトルシエ監督時代が最も強く, 1998 年 W 杯グループリーグを全敗で敗退した岡田監督時代が最も弱いという結果となった．

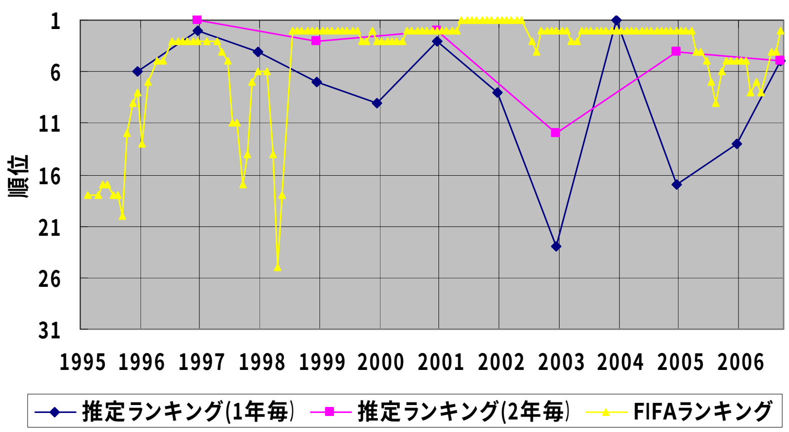

図 4.3　フランスの年度別推定ランキングと FIFA ランキングの推移

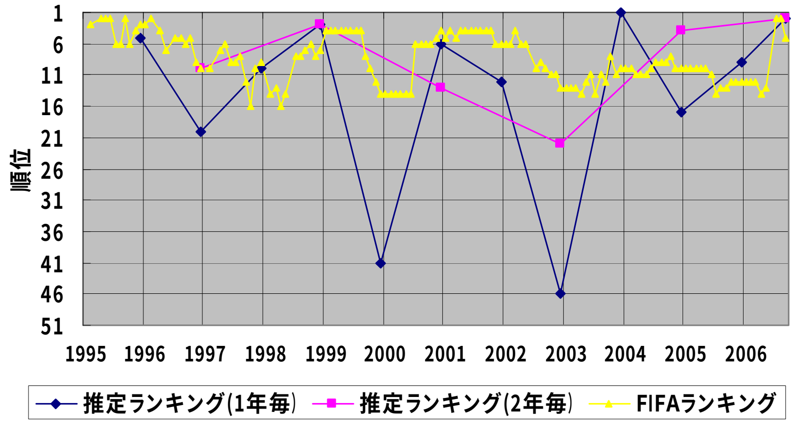

図 4.4　イタリアの各ランキングの順位の推移

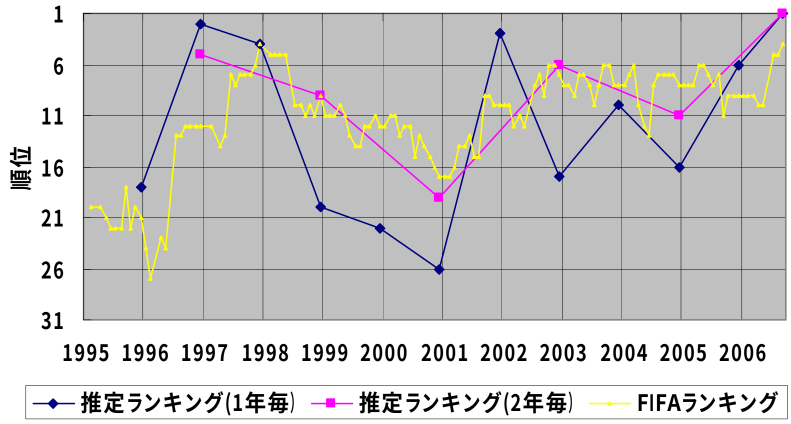

図 4.5　イングランドの各ランキングの順位の推移

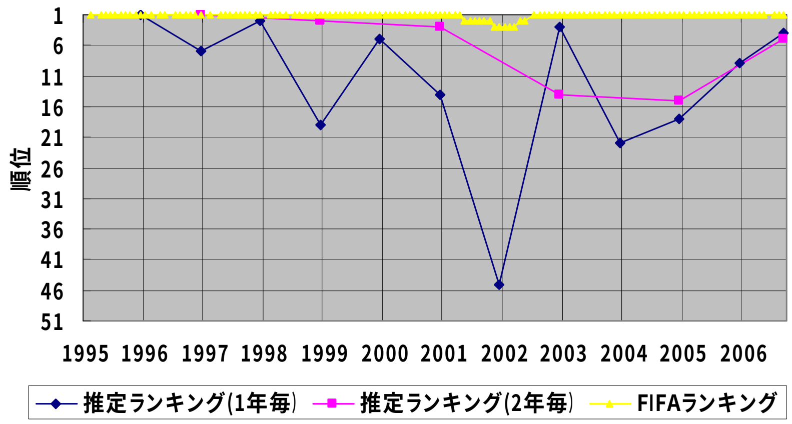

図 4.6　ブラジルの各ランキングの順位の推移

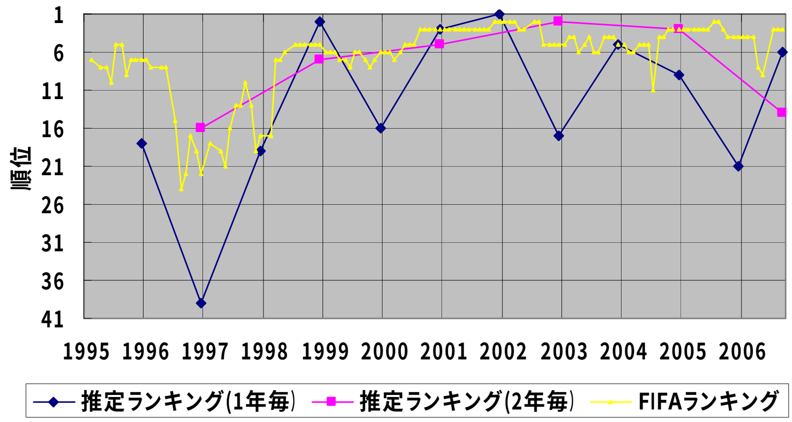

図 4.7　アルゼンチンの各ランキングの順位の推移

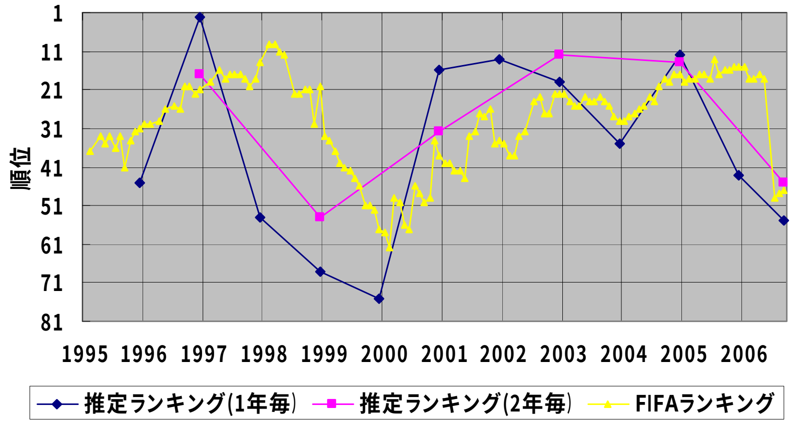

図 4.8　日本の各ランキングの順位の推移

表 4.8　監督別日本代表を含む推定ランキング

順位	国名	強さ	順位	国名	強さ	順位	国名	強さ
1	フランス	8.98	21	メキシコ	2.68	41	エクアドル	1.73
2	ブラジル	6.93	22	ロシア	2.60	42	スコットランド	1.68
3	スペイン	6.86	23	アメリカ	2.49	43	カメルーン	1.67
4	オランダ	5.88	24	パラグアイ	2.46	44	ペルー	1.66
5	アルゼンチン	5.68	25	トルコ	2.45	45	イスラエル	1.65
6	イタリア	5.60	26	コロンビア	2.27	46	チュニジア	1.64
7	イングランド	5.47	27	ポーランド	2.27	47	スロバキア	1.62
8	ポルトガル	5.06	28	ウルグアイ	2.24	48	コートジボワール	1.55
9	ドイツ	5.01	29	日本（加茂）	2.23	49	エジプト	1.48
10	チェコ	4.72	30	日本（ジーコ）	2.18	50	スロベニア	1.37
11	デンマーク	3.77	31	オーストラリア	2.11	51	日本（岡田）	1.35
12	クロアチア	3.44	32	ウクライナ	2.06	52	サウジアラビア	1.28
13	ルーマニア	2.97	33	韓国	1.99	53	南アフリカ	1.22
14	スウェーデン	2.92	34	モロッコ	1.95	54	コスタリカ	1.22
15	アイルランド	2.84	35	ブルガリア	1.86	55	ウェールズ	1.18
16	ベルギー	2.82	36	イラン	1.85	56	中国	1.15
17	セルビア･モンテネグロ	2.76	37	ナイジェリア	1.84	57	ホンジュラス	1.14
18	日本（トルシエ）	2.74	38	チリ	1.77	58	セネガル	1.12
19	ノルウェー	2.73	39	オーストリア	1.77	59	ハンガリー	1.12
20	ギリシャ	2.68	40	スイス	1.74	60	ボリビア	1.11

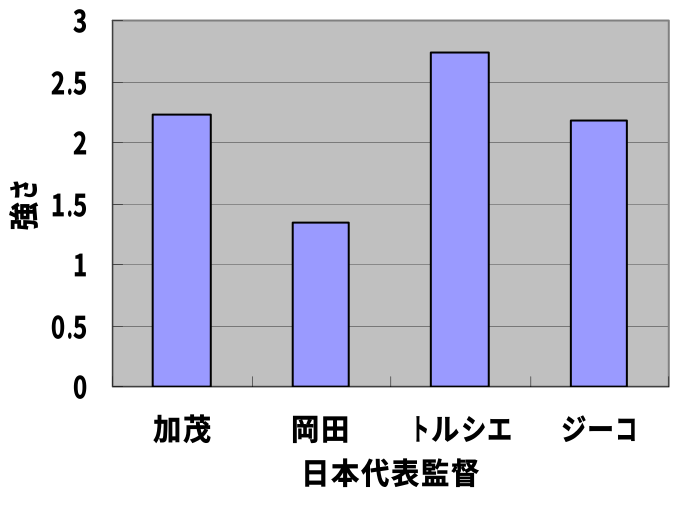

図 4.9　監督別日本代表の強さ

4.3　試合開催地別強さ推定

サッカーに限らず多くのスポーツで，試合を主催する側，あるいは試合開催地側のチームをホームチームといい，ホームチームの立場で戦う試合をホームゲームという．一方で，ホームチームと対戦するチームをアウェーチームといい，アウェーチームの立場で戦う試

合をアウェーゲームという．

一般的にホームチームの方が施設や環境に慣れていることや地元ファンの声援を多く受けられることなどから，ホームチームの方が有利に戦えるといわれている．すなわち，ホームゲームの方がアウェーゲームよりも勝ちやすいということである．

そこで，試合データの開催国から，自国で試合が行われた場合を「ホーム」，相手国で試合が行われた場合を「アウェー」，さらに自国でも相手国でもない場所で試合が行われた場合を「中立」と分類する．

そして，4.2 節と同様に対象チームを 1 チーム選び，対象チームのみ「ホーム」「アウェー」「中立」の 3 チームに分ける．そして，BT モデルを用いて強さを推定することで，各国代表チームの「ホーム」「アウェー」「中立」による強さの違いを調べる．なお，計算に使用した試合データは 4.1 節と同様である．3 チームに分けたときにどのチームも無試合または全戦全敗とならなかった 130 カ国を対象チームとし，そのうち表 4.1 の推定ランキングの上位 18 チームの試合開催地別強さを図 4.10 から図 4.27 に示す．

試合開催地別強さを見ると，イタリア（図 4.10）やチェコ（図 4.13）のようにホームで特に強さを発揮するチーム，スペイン（図 4.12）やイングランド（図 4.14）のようにアウェーを特に苦手としているチーム，デンマーク（図 4.22）のようにどれも差が少ないチームといった傾向が見られる．特殊な傾向として，フランスは「アウェー＞中立＞ホーム」という感覚とは正反対の順である（図 4.11）．しかし，他チームと比べれば全ての場合において高水準であり，苦手がないとも言え，表 4.1 の推定ランキングで 1 位であることも頷ける．

次に，対象チームの「ホーム」「アウェー」「中立」の強さの順番を考える．ここでは，「ホーム」「アウェー」「中立」をそれぞれ「H」「A」「N」として，強さの順番を 6 通りで表す．対象チームの試合開催地別強さの順番を集計し，集計結果を表 4.10 及び図 4.28 に示す．

表 4.10 を見ると，「ホーム＞中立＞アウェー」の対象チームが全体の 45.4%にあたる 59 チームで最も多く，「アウェー＞中立＞ホーム」が全体の約 1.5%にあたる 2 チームで最も少ない．ホームとアウェーだけの関係で見ると，「ホーム＞アウェー」の対象チームは 130 チーム中 116 チームであり，図 4.28 からも「ホーム＞アウェー」となるチームが多くを占めている様子が見て取れる．したがって，一般的に言われる「ホーム有利」が BT モデルによる推定からも説明できる．

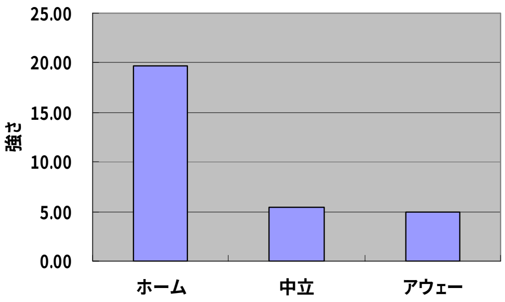

図 4.10　イタリアの試合開催地別強さ

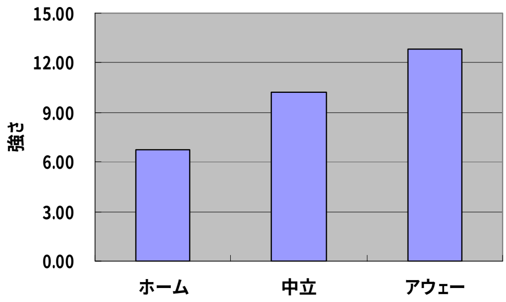

図 4.11　フランスの試合開催地別強さ

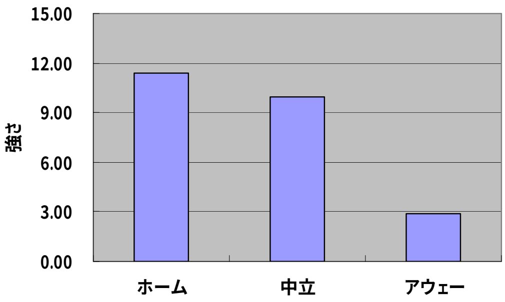

図 4.12　スペインの試合開催地別強さ

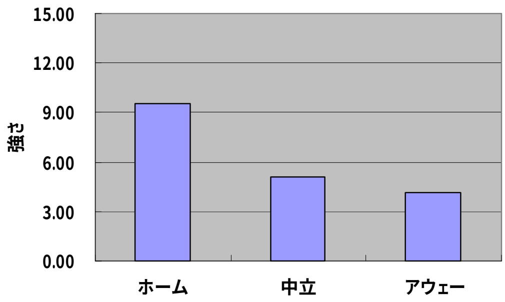

図 4.13　チェコの試合開催地別強さ

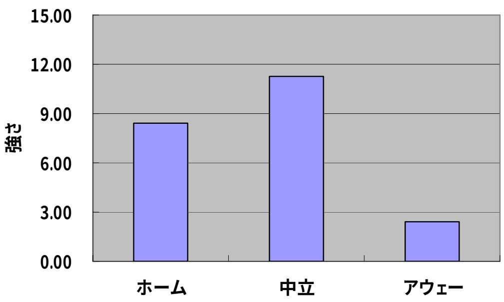

図 4.14　イングランドの試合開催地別強さ

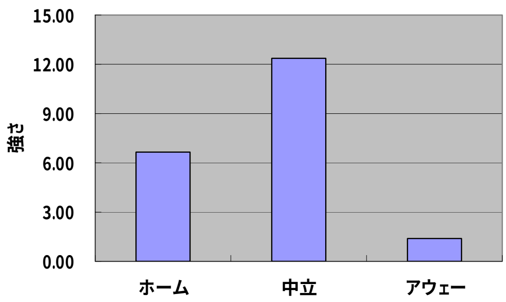

図 4.15　ポルトガルの試合開催地別強さ

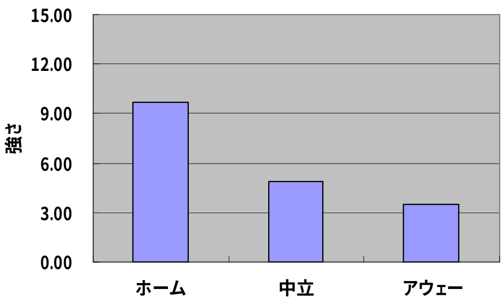

図 4.16　アルゼンチンの試合開催地別強さ

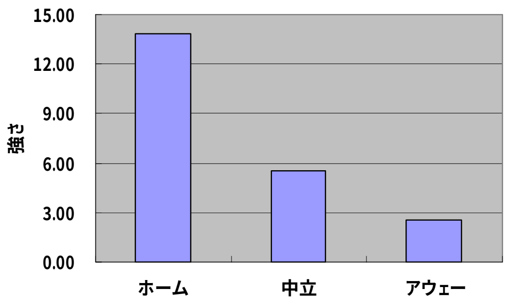

図 4.17　ブラジルの試合開催地別強さ

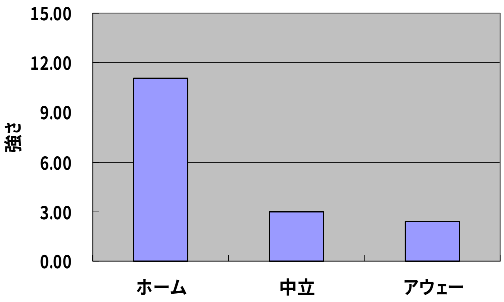

図 4.18　ギリシャの試合開催地別強さ

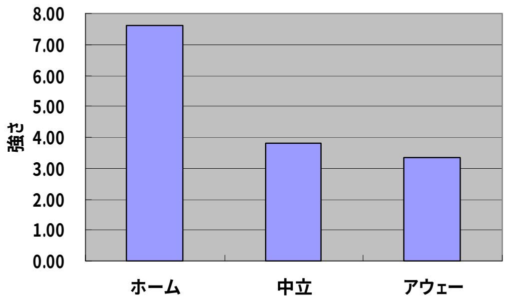

図 4.19　オランダの試合開催地別強さ

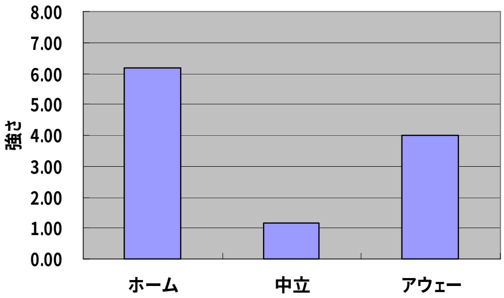

図 4.20　アイルランドの試合開催地別強さ

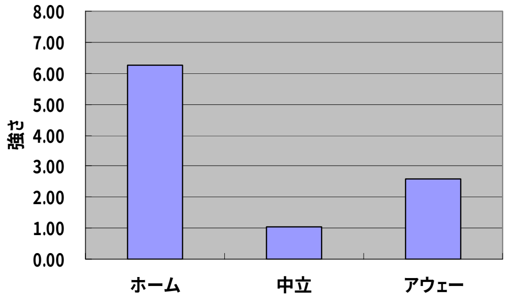

図 4.21　ドイツの試合開催地別強さ

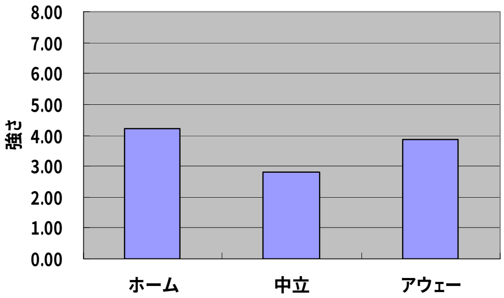

図 4.22　デンマークの試合開催地別強さ

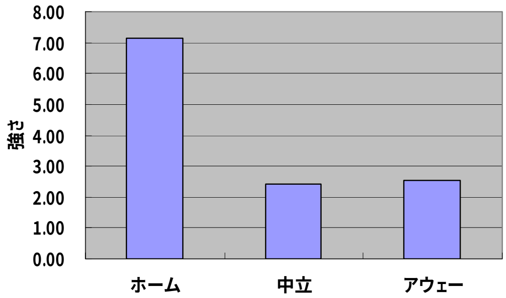

図 4.23　ルーマニアの試合開催地別強さ

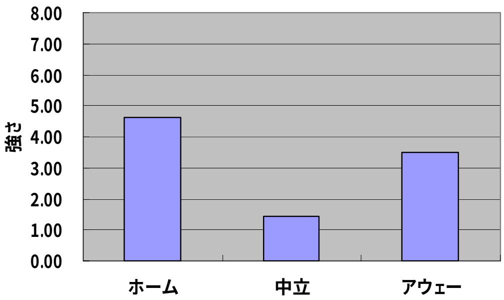

図 4.24　クロアチアの試合開催地別強さ

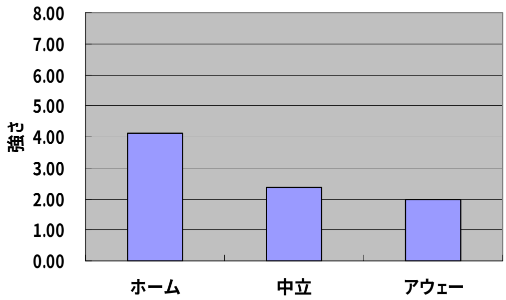

図 4.25　スイスの試合開催地別強さ

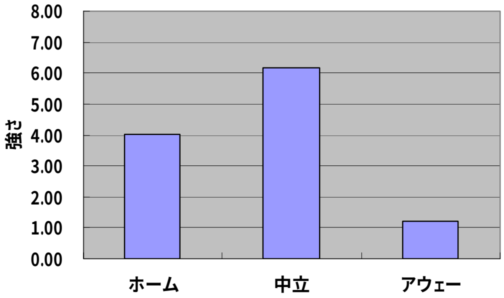

図 4.26　コートジボワールの試合開催別強さ

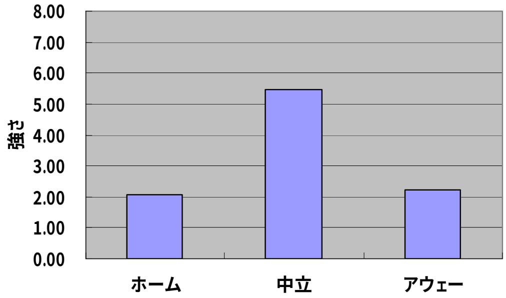

図 4.27　ポーランドの試合開催地別強さ

表 4.10　試合開催地別強さの順序別チーム数と割合

	チーム数	割合(%)
H>N>A	59	45.4
H>A>N	30	23.1
N>H>A	27	20.8
N>A>H	7	5.4
A>H>N	5	3.8
A>N>H	2	1.5
合計	130	100

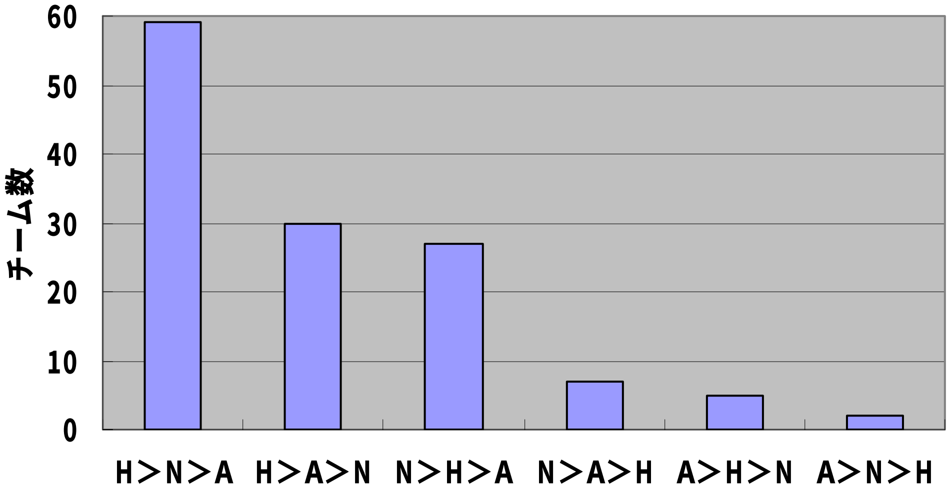

図 4.28　試合開催地別強さの順序別チーム数

4.4　大陸連盟をチームと考えた強さ推定

FIFA では 4.1 節で説明した大陸連盟の強さを独自に評価しており，FIFA ランキングのポイント計算には大陸連盟の強さに応じた重みが用いられている．そこで，1995 年 1 月 1

日〜2006 年 7 月 24 日に実施された試合の成績を各国代表チームが加盟している大陸連盟毎に集計し，各大陸連盟をチームと考えて BT モデルを用いて強さを推定し，FIFA の大陸連盟の強さと比較する．

ところで，各国サッカー協会が加盟する大陸連盟は必ずしもその国の地理的な大陸と一致しない．例えば，南アメリカに位置するガイアナやスリナムは，北中米カリブ海に所属している．また，オーストラリアは，2005 年までオセアニアに所属していたが，2006 年からはアジアに移籍している．

オーストラリアは，オセアニアの中でもアジアの中でも強豪国に入る．特にオセアニアの他の代表チームと比べると圧倒的な強さであるため，移籍したことによる両大陸連盟への影響が考えられる．よって，オーストラリアがオセアニア所属の場合をケース 1，オーストラリアがアジア所属の場合をケース 2 として，2 つの場合の各大陸連盟の強さを推定し，FIFA ランキングに用いられる重みと共に表 4.11 及び図 4.29 に示す．

表 4.11 から，ケース 1 の大陸連盟の強さを見ると，1 位欧州と 2 位南米が突出し，オーストラリアの所属するオセアニアが 3 位で，残りの大陸連盟がそれに続く結果となった．そして，ケース 2 の大陸連盟の強さを見ると，ケース 1 と同じく 1 位欧州と 2 位南米が突出しているが，アフリカ，アジア，北中米カリブ海がそれに続き，オーストラリアが抜けたオセアニアが他大陸連盟と大きく離れた最下位になっている．FIFA ランキング重みは大雑把に設定されているため，欧州と南米以外は同じ値となっているが，1 位欧州と 2 位南米が他大陸連盟よりも突出している点では推定した強さと一致する．

次に，図 4.29 からオーストラリアが，オセアニアからアジアへ移籍した影響を見る．オセアニアは，オーストラリアが抜けたことで大きく弱体化していることがわかる．つまり，オーストラリアだけが，オセアニアの中で他大陸連盟の代表チームと互角であったと考えられる．一方で，アジアは，オーストラリアの加入による大きな影響は見られず，アジアの中で，オーストラリアは，決して特別な存在ではないことがわかる．

表 4.11　大陸連盟の強さと FIFA ランキング重み

	欧州	南米	オセアニア	アフリカ	アジア	北中米カリブ海
ケース1	1.38	1.29	0.98	0.84	0.76	0.74
ケース2	1.54	1.41	0.35	0.95	0.91	0.82
FIFAランキング重み	1.00	0.98	0.85	0.85	0.85	0.85

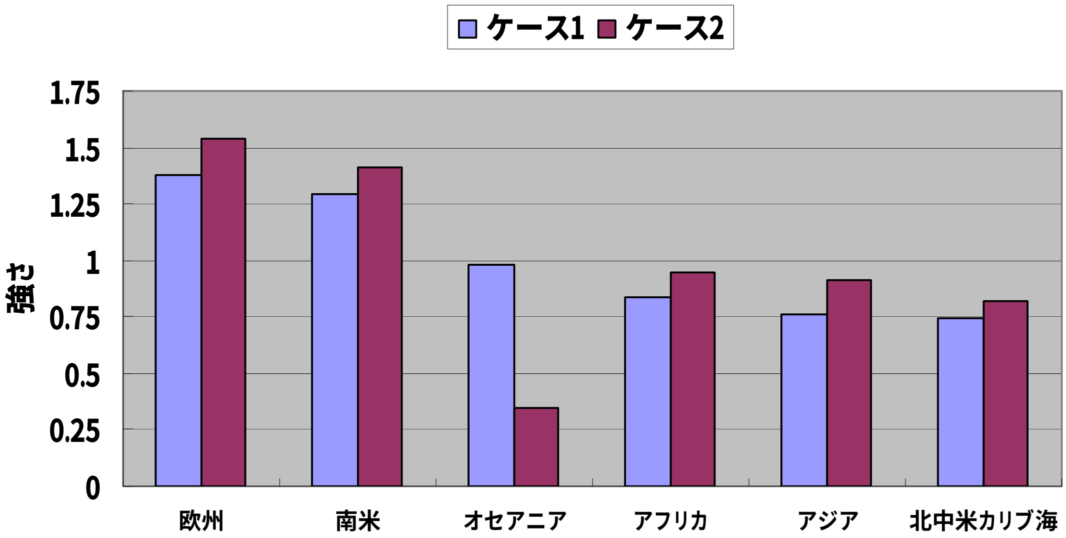

図 4.29　大陸連盟の強さ

第 5 章　BT モデルを用いた W 杯の分析

本章では，BT モデルを用いて推定した各国代表チームの強さを利用し，「試合の面白さ」を定義することで 1998 年，2002 年，2006 年に開催された W 杯決勝トーナメントと決勝トーナメント進出チームの評価を行う．さらに，動的計画法を用いてトーナメントが最も面白くなるような最適割当を見つける．

5.1　試合の面白さ

W 杯決勝トーナメントを評価するために, BT モデルを用いて推定した各国代表チームの「強さ」を用いて，ある 2 チームが対戦すると分かったときに期待できる「試合の面白さ」を定義する．

そもそも,「面白い試合」というものは人それぞれである．しかし，実力のあるチームは一般的に人気の高さから注目度も高く，その実力に裏打ちされた質の高い試合が見られる可能性が高い．また，実力差があるため勝利チームを予想しやすい対戦カードよりも，実力が伯仲しているため勝利チームを予想し難い対戦カードの方が，試合が拮抗して盛り上がると考える．以上の 2 点に注目して「試合の面白さ」を定式化する．

ここで，チーム i とチーム j が対戦するとして，BT モデルを用いて推定したチーム i，j の強さを π_i，π_j とする．さらに式(2.4)から，チーム i がチーム j に勝つ確率 p_{ij} とチーム j がチーム i に勝つ確率 p_{ji} を計算できる．

まず，BT モデルで推定した強さ π を用いて「対戦する 2 チームがより強ければ良い」という指標を式(5.1)のように定義する．

$$S_{ij} = \frac{\pi_i + \pi_j}{2} \tag{5.1}$$

$S_{ij}(= S_{ji})$ は，2 チームの強さの平均値である．2 チームが強ければ強いほど平均値も高くなることは自明である．

次に，式(2.2)を用いて「勝利チームが予想し難いほど良い」という指標を式(5.2)のように定義する．

$$H_{ij} = -p_{ij}(\log(p_{ij})) - p_{ji}(\log(p_{ji})) \tag{5.2}$$

$H_{ij}(= H_{ji})$ は，2 チームの勝率の平均情報量である．ここで，$p_{ij} = 0$（$p_{ji} = 1$）または $p_{ij} = 1$（$p_{ji} = 0$）のとき，$H_{ij} = 0$ と最小の値をとる．これは，試合結果が自明で面白さがない場合ことを表す．一方，$p_{ij} = p_{ji} = 0.5$ のとき，$H_{ij} = 1$ と最大の値をとる．これは 2 チームの実力が全く同じで勝利チームを予想できず，面白いことを表す．

そして，式(5.1)と式(5.2)より，チーム i とチーム j が対戦する場合の試合の面白さ $I_{ij}(=I_{ji})$ を，

$$I_{ij}=S_{ij}\cdot H_{ij} \tag{5.3}$$

と定義する．

例として, 4.1 節で推定した強さを用いて, 任意の対戦カード 5 試合の面白さを計算し, 対戦カードと面白さを表 5.1 及び図 5.1 に示す.

試合 1～試合 3 は強さが同程度の対戦カードであり，2 チームの強さの平均値が高い試合 1 の方が最も面白く，平均値の低い試合 3 が最も面白くない結果となった．また，試合 3～試合 5 は 2 チームの強さの平均値が同程度の対戦カードであり, 2 チームの強さが近い試合 3 が最も面白く, 強さに差がある試合 5 が最も面白くない結果となった. したがって, 式(5.3)によって上記の 2 点を考慮した試合の面白さが計算できていることがわかる.

表 5.1　試合の面白さ計算例

	国名	強さ		国名	強さ	面白さ
試合1	イタリア	7.98	vs	スペイン	7.56	7.77
試合2	チェコ	6.10	vs	イングランド	6.05	6.07
試合3	オランダ	5.39	vs	ポルトガル	5.32	5.36
試合4	スペイン	7.56	vs	クロアチア	3.14	4.67
試合5	フランス	9.38	vs	韓国	1.38	2.98

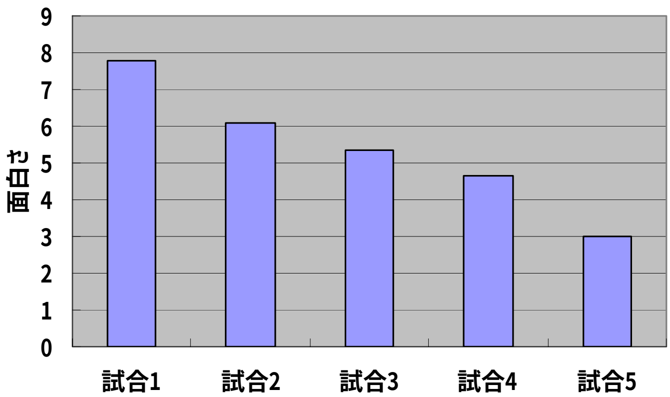

図 5.1　試合の面白さ計算例

5.2　W 杯の分析

5.2.1　W 杯本大会について

1998 年，2002 年，2006 年に開催された 3 大会の W 杯は，いずれもグループリーグと決勝トーナメントから構成されている．まず，出場 32 カ国の代表チームが 4 チーム毎のグループ A〜グループ H の 8 組に分かれてグループリーグを戦い, 各グループ上位 2 チーム（計 16 チーム）が決勝トーナメントに進出する．なお，決勝トーナメント 1 回戦の組み合わせは,「第 1 試合は A 組 1 位対 B 組 2 位」のように，グループとその順位によって組み方があらかじめ決められている．

1998 年 W 杯，2002 年 W 杯，2006 年 W 杯に出場したそれぞれ 32 チームを表 5.2〜表 5.4 に示す．各大会における出場チームの強さは，4.2 節のように，3 大会に出場した計 53 チームを 1995 年〜1998 年，1999 年〜2002 年，2003 年〜2006 年で別々のチームと考えて，BT モデルを用いて推定した．なお，赤字は決勝トーナメント進出チームである．

表 5.2　1998 年 W 杯出場チーム

グループA		グループB		グループC		グループD	
国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ
ブラジル	7.64	イタリア	4.55	フランス	8.04	スペイン	4.64
ノルウェー	2.24	オーストリア	1.72	デンマーク	2.43	パラグアイ	1.56
モロッコ	1.87	チリ	1.55	南アフリカ	1.16	ブルガリア	1.02
スコットランド	1.41	カメルーン	0.54	サウジアラビア	0.97	ナイジェリア	0.80
グループE		グループF		グループG		グループH	
国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ
オランダ	3.30	ドイツ	5.19	イングランド	4.08	アルゼンチン	3.31
ベルギー	2.20	ユーゴスラビア	3.77	ルーマニア	2.10	クロアチア	3.02
メキシコ	1.52	アメリカ	1.17	コロンビア	1.44	日本	1.20
韓国	1.18	イラン	1.10	チュニジア	0.72	ジャマイカ	0.70

表 5.3　2002 年 W 杯出場チーム

グループA		グループB		グループC		グループD	
国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ
フランス	4.41	スペイン	3.67	ブラジル	3.52	ポルトガル	3.40
デンマーク	2.22	パラグアイ	1.60	トルコ	1.57	アメリカ	1.68
ウルグアイ	1.28	スロベニア	1.26	コスタリカ	0.94	韓国	1.59
セネガル	0.90	南アフリカ	0.72	中国	0.75	ポーランド	1.10
グループE		グループF		グループG		グループH	
国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ
アイルランド	2.28	アルゼンチン	4.03	イタリア	2.10	ロシア	1.92
ドイツ	2.23	イングランド	2.41	メキシコ	1.55	日本	1.67
カメルーン	1.59	スウェーデン	1.59	クロアチア	1.43	ベルギー	1.58
サウジアラビア	0.91	ナイジェリア	1.22	エクアドル	0.92	チュニジア	0.96

表 5.4　2006 年 W 杯出場チーム

グループA		グループB		グループC		グループD	
国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ
ドイツ	2.74	イングランド	3.89	アルゼンチン	3.41	ポルトガル	3.26
ポーランド	1.78	スウェーデン	1.65	オランダ	3.27	メキシコ	1.86
エクアドル	1.03	パラグアイ	1.28	セルビア･モンテネグロ	0.83	イラン	1.29
コスタリカ	0.67	トリニダード･トバゴ	0.27	コートジボワール	0.68	アンゴラ	0.56
グループE		グループF		グループG		グループH	
国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ	国名	強さ
イタリア	4.92	ブラジル	3.18	フランス	5.75	スペイン	4.46
チェコ	3.70	クロアチア	1.97	スイス	1.93	ウクライナ	1.40
アメリカ	1.86	オーストラリア	1.40	韓国	0.92	チュニジア	1.35
ガーナ	0.59	日本	1.35	トーゴ	0.46	サウジアラビア	0.44

5.2.2　決勝トーナメントの評価

式(5.3)で定義した試合の面白さ I_{ij} を用いて，グループリーグは考慮せず，現実に組まれた決勝トーナメント 1 回戦の対戦表から，W 杯決勝トーナメントの面白さを評価する．

トーナメントである以上，同じ 1 試合であっても 1 回戦と決勝戦では，決勝戦の方がより注目度が高いと思われる．そこで，決勝トーナメント 15 試合を試合 m とおき，1 回戦 8 試合を $m=1,2,\cdots,8$，2 回戦 4 試合を $m=9,\cdots,12$，準決勝 2 試合を $m=13,14$，決勝 1 試合を $m=15$ とする．そして，トーナメントの回戦による重み w を，1 回戦のとき $w=1$，2 回戦のとき $w=2$，準決勝のとき $w=4$，決勝のとき $w=8$ と定める．また，チーム i とチーム j が対戦する試合 m の面白さを $I_m(=I_{ij})$ とする．

決勝トーナメント全試合の対戦表の決め方は，1 回戦の組み方が固定されているため，全部で $2^8\times2^4\times2^2=16{,}384$ 通りある．そして，決勝トーナメント全試合の対戦表 t がわかっているとき，決勝トーナメントの面白さ I_t を，

$$I_t=\sum_{m=1}^{15} w\cdot I_m \qquad (t=1,2,\cdots,16384) \tag{5.4}$$

とする．

また，ある 2 チームが対戦する場合に互いの勝率が求められるので，決勝トーナメント全試合の対戦表が決まれば，それが実現する確率 p_t を，決勝戦以外の各試合の勝利チームの勝率の積で求められる．

すると， 1 回戦の対戦表が決まったときの決勝トーナメントの面白さの期待値 $\bar{I}$ は，

$$\bar{I}=\sum_{t=1}^{16384} p_t\cdot I_t \tag{5.5}$$

と計算できる．

1998 年 W 杯，2002 年 W 杯，2006 年 W 杯の，現実に行われた 1 回戦～決勝戦の対戦表による面白さ I_{Real}，決勝トーナメントが最も面白くなるように各チームが勝ち上がった場合の面白さ $I_{\max}$，逆に最も面白くなくなるように各チームが勝ち上がった場合の面白さ

I_{min}，そして面白さの期待値 $\bar{I}$ を図 5.2 に示す.

図 5.2 より，I_{Real} は「1998 年 W 杯（157.8）＞2006 年 W 杯（120.3）＞2002 年 W 杯（70.9)」の順になっている．また，$\bar{I}$ も I_{Real} と同様に，「1998 年 W 杯（128.8）＞2006 年 W 杯（99.1）＞2002 年 W 杯（66.5)」の順となっている．これは，決勝トーナメント進出チームの全体的な強さが「1998 年 W 杯＞2006 年 W 杯＞2002 年 W 杯」となったため，式(5.1)より，試合の面白さに影響が出たと考えられる.

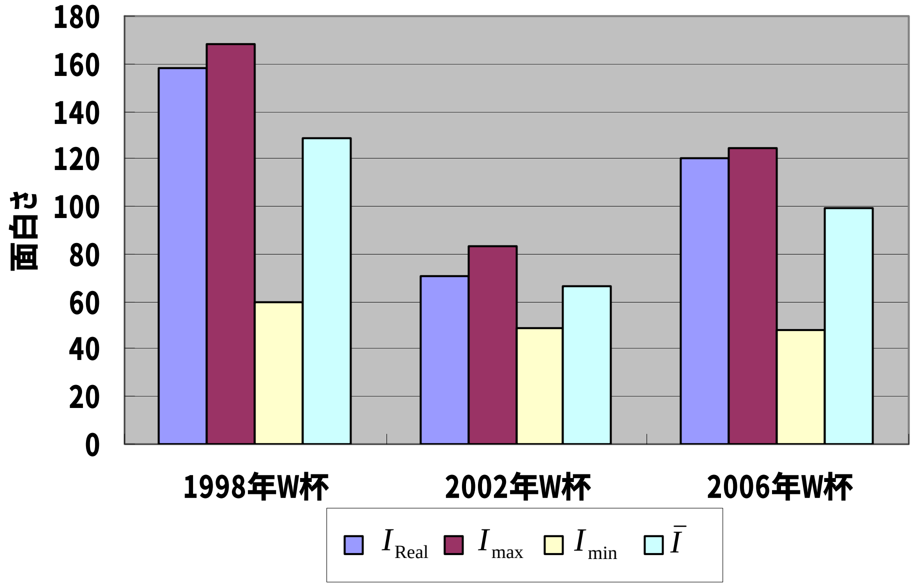

図 5.2　W 杯決勝トーナメントの面白さの評価

5.2.3　決勝トーナメント進出チームの評価

決勝トーナメント 1 回戦の対戦表が決まれば，式(5.5)のように，その決勝トーナメントの面白さの期待値 $\bar{I}$ が計算できる．逆にいえば，グループリーグからどの 16 チームが決勝トーナメントに進出したかによって $\bar{I}$ が変化するため，面白い決勝トーナメントが期待できる 16 チームや，期待できない 16 チームが存在する．そこで，グループリーグの組合せから考えられる決勝トーナメント進出チームを考慮して, 1998 年 W 杯, 2002 年 W 杯, 2006 年 W 杯の $\bar{I}$ を評価する．また，グループリーグの試合から，ある 16 チームが決勝トーナメントに進出する確率を計算し，1998 年 W 杯，2002 年 W 杯，2006 年 W 杯のグループリーグから決勝トーナメント進出チームを考慮した $\bar{I}$ の期待値を計算する.

グループリーグの組合せから考えられる 1 回戦の対戦表の決め方は，全部で $12^8 = 429{,}981{,}696$ 通りある．ここで，決勝トーナメント 1 回戦の対戦表 f による $\bar{I}$ を $E_f\,(f = 1,2,\cdots,429981696)$ と表す.

また，グループリーグの試合から決勝トーナメント進出チームが決まる確率を p_f とする．BT モデルを用いて推定した強さから，ある試合の両チームの勝率は求められるが，得点差は求められない. そこで, グループリーグの順位結果は勝利数で決定する. ただし，勝利数が同じならば直接対決の結果で決定する．したがって， p_f はグループリーグ全試合の勝利チームの勝率の積で求まる.

そして， p_f と E_f より，グループリーグを考慮した E_f の期待値 $\overline{E}$ は，全ての f で和をとることで，

$$\overline{E} = \sum_f p_f \cdot E_f \tag{5.6}$$

と求まる.

1998 年 W 杯，2002 年 W 杯，2006 年 W 杯の，現実に組まれた 1 回戦の対戦表による決勝トーナメントの面白さの期待値 E_{Real} , 決勝トーナメントが最も面白くなる 1 回戦の対戦表による面白さの期待値 $E_{\max}$, 逆に最も面白くなくなる 1 回戦の対戦表による面白さの期待値 $E_{\min}$ ，そしてグループリーグを考慮した E_f の期待値 $\overline{E}$ を図 5.3 に示す.

図 5.3 から， $\overline{E}$ は「1998 年 W 杯（118.8）＞2006 年 W 杯（94.6）＞2002 年 W 杯（75.0）」の順となった．また、2002 年 W 杯のみ， E_{Real} が $\overline{E}$ を下回った．これは，強さが 3 以上のグループリーグ敗退チームが，1998 年 W 杯はスペイン，2006 年はチェコのみであるのに対し，2002 年 W 杯はフランス，ポルトガル，アルゼンチンと複数存在したため，代わりに弱いチームが決勝トーナメントに進出したことが原因と考えられる.

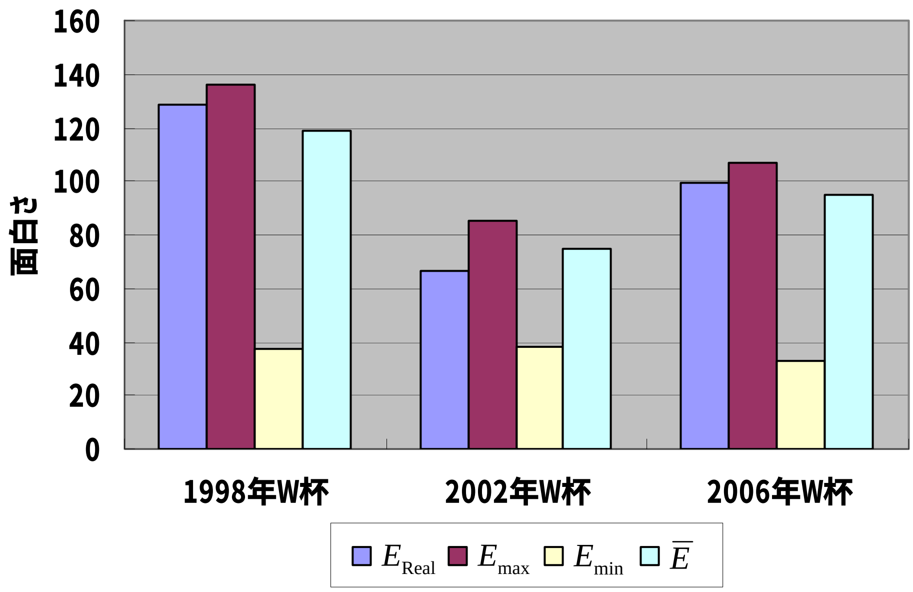

図 5.3　決勝トーナメント進出チームによる面白さの評価

5.3　動的計画法を用いたトーナメントの最適割当

W 杯決勝トーナメント 1 回戦の対戦表はグループリーグのグループと順位から，あらかじめ組み方が決められている．しかし，W 杯に限らず，大会の運営側からすればトーナメントがより面白くなるように 1 回戦の対戦表を決めたいと思われる．そこで，トーナメント 1 回戦の対戦表を任意に決定できると仮定し，トーナメントの面白さの期待値が最大となる 1 回戦の対戦表（以下，最適割当）を求める．

ただし，グループリーグで順位がついているにも関わらず，トーナメント 1 回戦で 1 位通過チーム同士や 2 位通過チーム同士の試合が組まれることは不公平である. したがって，1 回戦で 1 位通過チーム同士や 2 位通過チーム同士の試合は組まれないとする．しかし，この条件の下でも, 16 チームのトーナメントの 1 回戦の組合せ方は 1,625,702,400 通りと多いため，動的計画法[3]を用いて計算を高速化させる．

ここでは，グループリーグを 1 位通過した 4 チームと 2 位通過した 4 チームから成る 8 チームのトーナメントの最適割当を考える. ここで, トーナメント全体を 1 回戦, 準決勝, 決勝の 3 段階の部分問題に分割する．そして，1 回戦から順に各状態の最適割当を解いていき，決勝戦の最適割当が得られたところで，準決勝と 1 回戦がどのような組み合わせになっていたかを調べる．

例として，4.1 節で推定した強さを用いて，2006 年 W 杯決勝トーナメント 1 回戦の片側 8 チームの最適割当を求める. 1 位通過チームはイングランド, ポルトガル, ブラジル, スペインであり，2 位通過チームはエクアドル，オランダ，ガーナ，フランスである．表 5.5 は，現実に組まれた 1 回戦の対戦表（以下，現実割当）と動的計画法を用いて求めた最適割当を表している．図 5.4 は，2 つの割当の面白さの期待値を表している．

表 5.5 から，現実割当では「スペイン対フランス」という強豪同士の試合が 1 回戦から組まれている．一方で，最適割当では，両チームが分散し，面白さの期待値が 63.8 から 66.4 に増加している．

動的計画法を用いて 8 チームのトーナメントの最適割当を求める場合，各段階の状態数は最大で 24 である．一方で，16 チームのトーナメントの最適割当を求める場合，8 チームの場合から部分問題が 1 段階増加するだけであるが，各段階の状態数は最大で 264,600 となり，計算量が急激に増える．したがって，16 チームのトーナメントの最適割当を求めるために，さらに計算を高速化する工夫が必要である．

表 5.5　動的計画法を用いた最適割当

	現実割当					最適割当				
	国名	強さ		国名	強さ	国名	強さ		国名	強さ
第1試合	イングランド	6.05	vs	エクアドル	1.43	イングランド	6.05	vs	エクアドル	1.43
第2試合	ポルトガル	5.32	vs	オランダ	5.39	ブラジル	4.60	vs	フランス	9.38
第3試合	ブラジル	4.60	vs	ガーナ	0.84	ポルトガル	5.32	vs	オランダ	5.39
第4試合	スペイン	7.56	vs	フランス	9.38	スペイン	7.56	vs	ガーナ	0.84

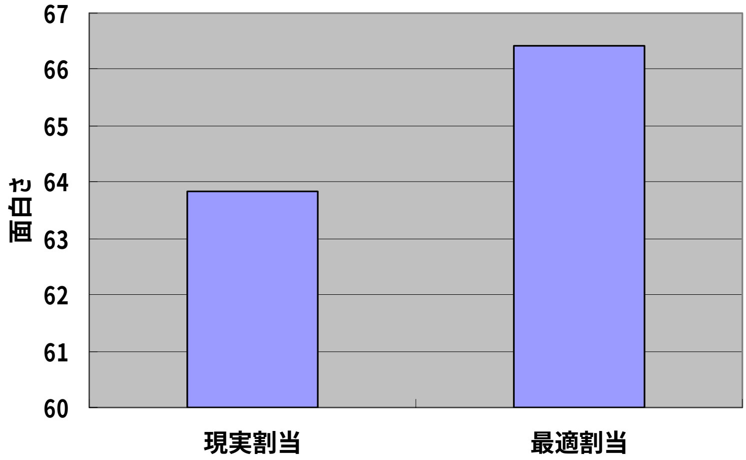

図 5.4　現実割当と最適割当の面白さの期待値

第 6 章　おわりに

6.1　まとめ

本研究では，BT モデルを用いてサッカーの各国代表チームの強さを推定し，推定ランキングを作成した．同様に，同一チームの，年度別，監督別，試合開催地別の強さと，大陸連盟をチームと考えた場合の強さを推定した．次に，推定した各国代表チームの強さを用いて試合の面白さを定義し，W 杯決勝トーナメントの面白さの評価を行った.

推定ランキングと FIFA ランキングに高い相関関係が見られた．さらに，現実には直接比較できない，年度別，監督別，試合開催地別の強さから，各国代表チームの傾向がわかり，大陸連盟の強さから欧州と南米の 2 強状態であることがわかった．そして，1998 年，2002 年, 2006 年に開催された W 杯の決勝トーナメントの評価から, 1998 年 W 杯が最も面白く，2002 年 W 杯が最も面白くないことがわかった．また，グループリーグを考慮すると，2002 年 W 杯のみ，複数の強豪国がグループリーグで敗退したため，期待以下の面白さとなる決勝トーナメント進出チームであったとわかった．さらに，最適割当で，定められた決勝トーナメントよりも良い割当が存在することを示した.

6.2　今後の課題

今後の課題を以下に示す.

- 本研究では，BT モデルを用いて各国代表チームの強さを推定する際，親善試合も W 杯決勝戦も同等に扱っている．したがって，より正確に強さを推定するため，試合毎に合理的な重み付けを行う.
- 本研究では，動的計画法によって 8 チームのトーナメントの最適割当を求めたが，W 杯決勝トーナメントに適応させるため，計算を 16 チームのトーナメントの場合に拡張する.
- 本研究で作成した W 杯決勝トーナメントの面白さの評価方法を利用して，面白さが最大となるグループリーグの最適な組み合わせを求めるモデルを作成する.

謝辞

本研究を進めるにあたり，多くのご指導，ご助言を頂いた中央大学理工学部情報工学科の田口東教授に心から感謝いたします．また，多くのご助言，ご協力をいただいた鳥海重喜氏，三河辰洋氏をはじめとする，田口研究室の皆様に心から感謝いたします．

参考文献

[1] 竹内啓，藤野和健，スポーツの数理科学，共立出版社，東京，1988.
[2] 国際サッカー連盟，<http://www.fifa.com>.
[3] 浅野孝夫，今井浩，計算とアルゴリズム，オーム社，東京，2000.
[4] 村松さおり,“確率モデルによるテニスの試合分析，”中央大学情報工学科卒業研究論文, 2000.
[5] 中村義人，田村亮，関谷和之,“W杯地域出場枠の競争的配分，”オペレーションズリサーチ誌 2006年6月号，pp．319－327.